

円筒ころ軸受の最適クラウニング形状の検討

Investigation of Optimum Crowning Profile of Cylindrical Roller Bearings

キーワード

クラウニング, 線接触, 円筒ころ軸受, 端応力, 接触楕円, 曲率, 面圧分布, 疲労寿命

軸受製造所技術部

清水健一

東京支店軸受販売部

渡辺孝一

■ 摘要

円筒ころ軸受はころと軌道面が線接触をし、大きな負荷容量を有しているが、接触面圧はころの端で過大な面圧が発生する場合がある。この端応力を回避して、ころ長さを有効に生かす最適クラウニング形状を、Moyerの方法を発展させ、理論的に求めた。得られた形状はころ長さの指数関数でころ曲率半径を示すことができ、外力荷重の大小にかかわらず最適クラウニング形状であることを確認した。これを適用した軸受の運転特性は他のものより温度上昇が低く、かつ長寿命であることが確認された。

■ Abstract

Cylindrical roller bearings have large load carrying capability due to line contacts between the raceways and rollers. This line contact may result in excessive loading at the roller ends.

We have developed a roller design, by expanding the Moyer-method, that incorporates an optimum crown that significantly reduces roller and stresses. Additionally, this profile can be determined with an exponential function of roller length and will result in superior roller contact between races under a wide range of load conditions. Through testing it has been confirmed the cylindrical roller bearings with this crowning profile will operate at lower temperatures and achieve longer bearing life than bearings with conventional crowning method.

1. はじめに

円筒ころ軸受は玉軸受より定格荷重が大きく、かつ高速回転にも適していることから重荷重を負荷される使い方にも、高速運転される軸にも使用できる特長を持っている。

ころは軌道と線接触することにより、玉軸受のような点接触に対し大きな負荷容量を有している。

線接触ではころの端に集中応力が発生するため副曲率（以下クラウニングとも言う）を設け過大なエッジ応力にならない工夫がされている。

弾性体の接触において、線接触の場合は点接触の

ヘルツの接触楕円の長短径比 b/a を無限大にすれば線接触が得られるように思われるが、近接量の解は不定になり求めることができないとされている^{1,2)}。

しかし Moyer ら³⁾は端応力の求め方を考案している。ここでは、Moyer の方法を参考にし、これを発展させ、端応力が最大接触面圧を超えないでかつ面圧が最小になる、ころの最適クラウニング形状について解析した結果を示した。さらに次報では、平板モデル R による歪の実測と最適クラウニング形状を有する円筒ころ軸受の運転特性ならびに寿命試験を行ない本論の妥当性を示す。

2. 端応力算出方法

2.1 ころ長さとの接触面

(LUNDBERG-PALMGREN が書いた Hertz の線接触⁴⁾)

線接触の場合に、点接触であるが長軸の長いものと考えて、図1(a)の接触面があるとする。このときの接触圧力の分布は下側のPに示すように楕円分布をしている。この接触において荷重が増加して接触面が大きくなり、その長軸2aが図1(b)のようにころ長さ l_a と等しくなったとする。このとき接触面を外見だけで見れば線接触をしているように見えるが、これはやはり点接触であり、接触面はなお楕円形で圧力分布も楕円形をしている。

これに対してさらに荷重が加わると、計算上の接触楕円の長軸は軌道の幅を超えるようになるが、軌道との接触面の中では圧力分布は均一化していく。Hertzによれば、接触圧力が長軸方向に一様になるのは図1(c)のように $2a=1.5l_a$ になるような荷重のときとされている。そして、それ以上の荷重が加わると計算上の接触幅はさらに広がるが、軌道との接触面の中では図1(d)のようにエッジプレッシャーが発生する。

このように線接触を点接触の延長であるとして考えると、すべての荷重に対して圧力分布が均一になるようにすることは不可能であり、圧力分布は荷重によって変化することがわかる。したがって真の意味での線接触というものは、最適条件すなわち $2a=1.5l_a$ の時だけ得られるということができるとしている。

次に圧力分布をMoyerの方法により求めてみる。

2.2 端応力の算出(Moyerの方法)

図1においてころ有効長さ l_{eff} が接触楕円の長径 $2a$ より長いとき($l_{eff} \geq 2a$)はHertzの接触応力がそのまま解になる。 $l_{eff} < 2a$ と計算される、つまり接触領域が現実にある領域よりはみ出している時に適用する端応力の求め方をMoyerは述べている。

$$\text{まず、 } P = \left[\left(\frac{2P_0 + P_L}{3} \right)^3 \frac{1}{P_L} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

ここに P_L : $l_{eff} = 2a$ となるころ荷重

P_0 : 現実に負荷されているころ荷重

として補正をかけ

$$P \max(= q_0) = \frac{3P}{2\pi a_0 b_0}$$

ここに a_0, b_0 : 式(1)の補正された荷重Pのもとでの接触楕円長短半径

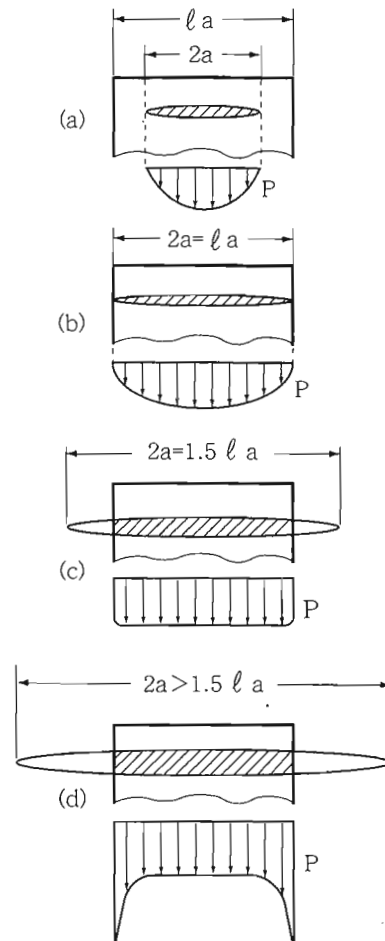


図1 接触面形状と圧力分布
Profile of contact area and roller axial stress distribution for line contact condition

としてころ中央部の応力(面圧)が求められる。

そして端部の応力は次の手順による。

- (1) まずPの荷重で求められる $2a_0, 2b_0$ で l_{eff} で楕円が切られる短半径 b_e を求める。
- (2) 次に端部は一担切り離して考え、ころ端半径 r_1 を使用し、ころ径×面取り r_1 の物体と相手部品との接触を考え仮りに転動体荷重Qがかかったとして形成する長半径 a' を求める。
- (3) この a' と先の b_e が等しくなるQが事実上あたかも発生し、 a' と b' で形成される接触楕円上にQが分布して面圧分布する。(端応力が求まる。)(図2参照)

この手順による具体的計算例を示す。

[計算例1]

ころ径 $\phi 12$, ころ長さ12mmで面取り部0.5mm, 面取り r は $r_1=1.5$ のころと12mmより長い $\phi 20$ のころとの接触を考え、接触荷重は1400kgfとし、 $\phi 12 \times 12$ のころには $R_c: 300, 480, 890$, 及び1200の副曲率を持っているとする。(図3参照)

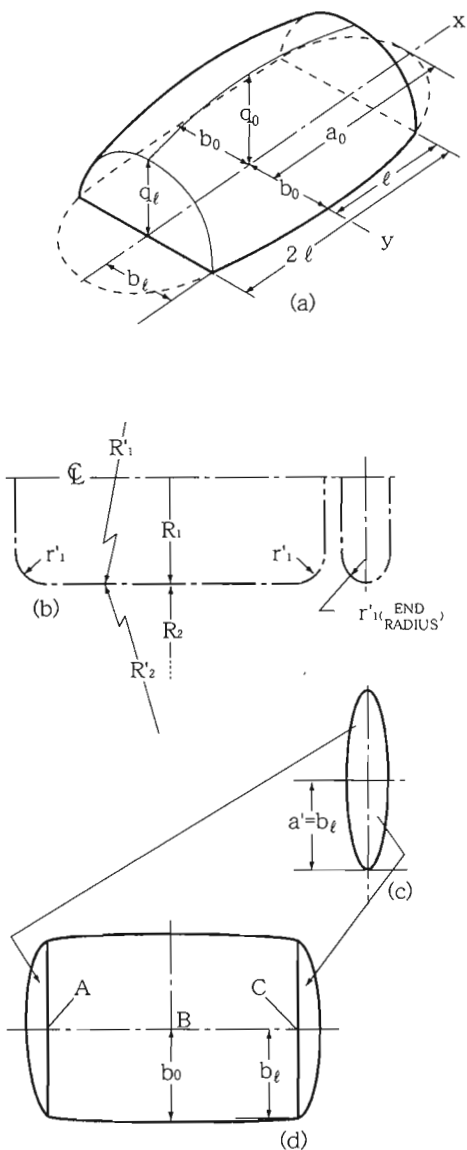


図2 Moyerの方法による接触楕円
Stress profile and geometric approximation of the contact area by the Moyer-method

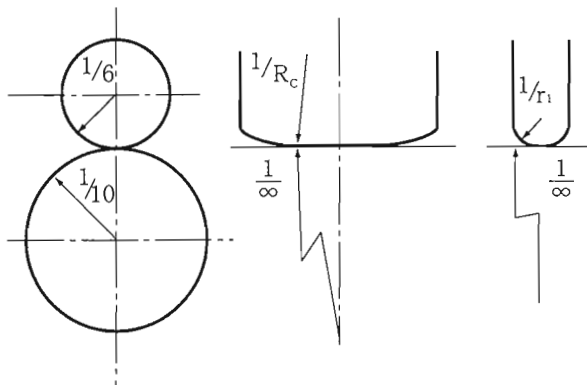


図3 ころの曲率
Curvature of roller

(1) ころ転動面との接触をみると、面取部と区別するため①をつけて、 $\Sigma\rho_{\text{①}}$ 、 $D\rho_{\text{①}}$ を次式で与える。

$$\Sigma\rho_{\text{①}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{10} + \frac{1}{\infty} = 0.2667 + \frac{1}{R_c}$$

$$D\rho_{\text{①}} = \frac{1}{6} - \frac{1}{R_c} + \frac{1}{10} - \frac{1}{\infty} = 0.2667 - \frac{1}{R_c}$$

$$\cos\tau_{\text{①}} = \frac{0.2667 - \frac{1}{R_c}}{0.2667 + \frac{1}{R_c}}$$

これより R_c の値により表1を得る。
ここに μ 、 ν は接触楕円の長径と短径 (a と b) を求めるための係数で次式で与えられる。

$$\mu = \sqrt[3]{\frac{1}{1-k^2} \frac{2E}{\pi}}, \quad \nu = \sqrt[3]{(1-k^2)^{\frac{1}{2}} \frac{2E}{\pi}}$$

E は第2種の完全楕円積分であり k はその母数
表1より $R_c=300$ のときは $2a_0 < l_{\text{eff}}$ なのでこのまま解であるが、 $R_c \geq 480$ では $2a_0 > l_{\text{eff}}$ なので等価荷重補正を行なう。 P_L は形状のみによって決まり、

$$0.101\mu_{\text{①}} \left(\frac{P_L}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}} = l_{\text{eff}} \quad \therefore P_L = \left[\frac{l_{\text{eff}}}{0.101\mu_{\text{①}}} \right]^3 \Sigma\rho_{\text{①}}$$

となり、この P_L を用いて P は $P_0=1400\text{kgf}$ より

$$P = \left(\frac{\frac{2}{3}P_0 + \frac{P_L}{3}}{P_L^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

を求める。(計算結果は表1に示す)

次にこの P を使用して再度新しく $2a_0$ 、 $2b_0$ 、 P_{max} を計算すれば表2が得られる。

このようにして得られた $2a_0$ 、 $2b_0$ の接触楕円に対し、実際楕円は l_{eff} のふちで切れるのだからその位置の切られた楕円の長さが $2b_e$ となる。(図4参照)

表1 R_c と接触楕円の長・短径
Semi axes of contact ellipse versus R_c

R_c	$\Sigma\rho_{\text{①}}$	$\cos\tau_{\text{①}}$	$\mu_{\text{①}}$	$\nu_{\text{①}}$	$2a_0$	$2b_0$	P_L	P
300	0.26999	0.9753	5.49	0.342	9.597	0.5978	—	—
480	0.26874	0.9845	6.55	0.312	11.465	0.546	1235	1403.6
890	0.2678	0.9916	8.27	0.278	14.496	0.487	611.6	1552
1200	0.2675	0.9937	9.17	0.264	16.0797	0.463	448.6	1682.8

表2 R_c と P_{max}
 P_{max} versus R_c

R_c	P	$2a_0$	$2b_0$	P_{max}	$2b_e=2a'$	$2b'$	Q	$P_{e\text{max}}$
480	1403	11.465	0.546	428.1	0.154	0.084	1.26	185.7
890	1552	14.998	0.504	392.1	0.343	0.188	13.86	410.7
1200	1683	17.096	0.492	382.0	0.377	0.207	18.42	451.7

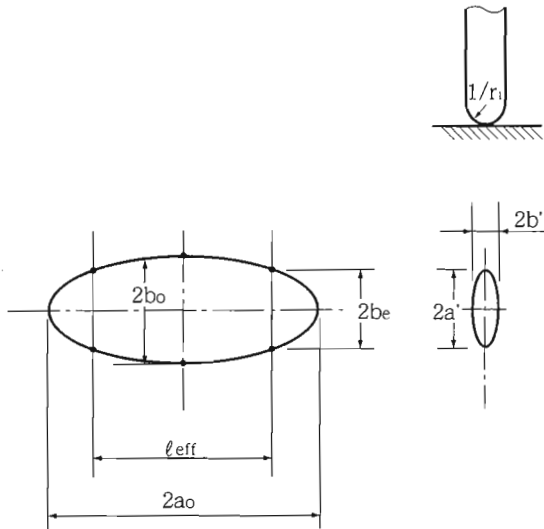


図4 接触楕円における $2b_e$
 $2b_e$ in contact ellipse

そこでころ面取 $r_1 \times \phi 12$ と $\phi 12 \times \infty$ 曲率の組合せにおける $2a'$ 、 $2b'$ には

$$\Sigma \rho_{\text{㊸}} = \frac{1}{r_1} + 0.2667 = 0.9334$$

$$D\rho_{\text{㊸}} = \frac{1}{r_1} - 0.2667 = 0.3999$$

$$\cos \tau_{\text{㊸}} = 0.428 \quad \therefore \mu_{\text{㊸}} = 1.38, \nu_{\text{㊸}} = 0.758$$

$$2a'_{\text{㊸}} = 0.101\mu_{\text{㊸}} \left(\frac{Q}{\Sigma \rho_{\text{㊸}}} \right)^{\frac{1}{3}} = 0.1426Q^{\frac{1}{3}}$$

の関係より、 $2a' = 2b_e$ となる Q を求めると表2の値を得る。この Q に対して $2b'$ も同様に求まり、 $P_{e \max}$ は $1.5Q/\pi a'b'$ として求まりこれが端応力となる。

この計算結果からフルクラウニング曲率半径とところ中央部応力 P_{\max} および端応力 $P_{e \max}$ の関係が図5に示され、これより最適クラウニング（但し単一Rでの場合）は、ところ中央部と端応力が等しい値を示す所とすれば $R_c = 860$ となる。この値が妥当性があることは実験によって示されている⁵⁻⁷⁾。

2.3 ころ面取り r と端応力

Moyerの方法により端応力が求めれたが、その中でころの面取り r も端応力に影響を与えている。ここでは面取り r の影響を調べる。

$R_c = 890$ 、 $P_0 = 1400 \text{ kgf}$ 、で $2a > l_{\text{eff}}$ となり、その時の端部での接触楕円短径 $2b_e = 0.343$ に r_1 による接触楕円長径が等しくなる荷重 Q 、およびその時の面圧 $P_{e \max}$ を求めると表3のようになる。 r_1 と $P_{e \max}$ の関係を図6に示す。

この結果から $P_{e \max}$ は r_1 の影響を受け、クラウニ

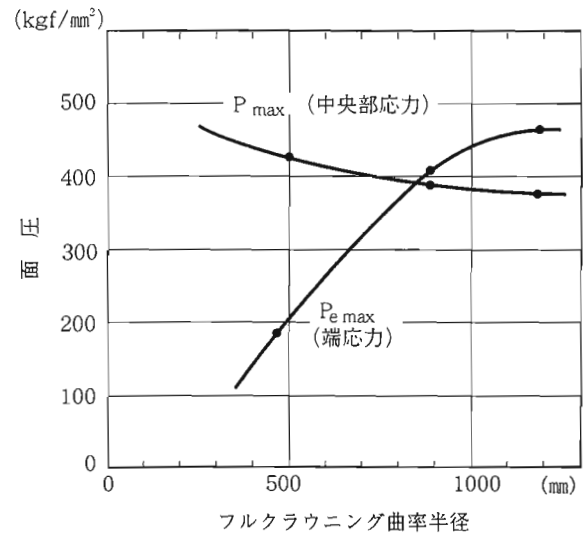


図5 フルクラウニング曲率半径と P_{\max} および $P_{e \max}$
 P_{\max} and $P_{e \max}$ versus full crown radius

表3 面取り半径と Q および $P_{e \max}$

Q and $P_{e \max}$ versus chamfer radius of roller

r_1	$\Sigma \rho_{\text{㊸}}^{(1)}$	$D\rho_{\text{㊸}}^{(1)}$	$\cos \tau_{\text{㊸}}$	$\mu_{\text{㊸}}$	$\nu_{\text{㊸}}$	$2a'$	$Q^{(2)}$	$P_{e \max}^{(3)}$
1.5	0.9333	0.4	0.428	1.38	0.758	$0.1426Q^{1/3}$	13.9	409.6
2	0.7666	0.23333	0.304	1.24	0.824	$0.1368Q^{1/3}$	15.8	385.0
2.5	0.6666	0.13333	0.20	1.15	0.877	$0.1329Q^{1/3}$	17.2	365.0
3	0.6	0.06666	0.1111	1.07	0.938	$0.128Q^{1/3}$	19.2	356.3
3.75	0.53333	0	0	1	1	$0.1245Q^{1/3}$	20.9	339.4
6	0.43333	-0.10	-0.2308	0.875	1.17	$0.1168Q^{1/3}$	25.3	307.6

注(1) $\Sigma \rho_{\text{㊸}} = \frac{1}{r_1} + 0.2667$ 、 $D\rho_{\text{㊸}} = \frac{1}{r_1} - 0.2667$ であり

$\cos \tau < 0$ は $2a$ と $2b$ が入替わることを示す。

注(2) $2a' = 0.343$ となる Q 値

注(3) $P_{e \max} = \frac{1.5Q\mu_{\text{㊸}}}{\pi a'^2 \nu_{\text{㊸}}}$

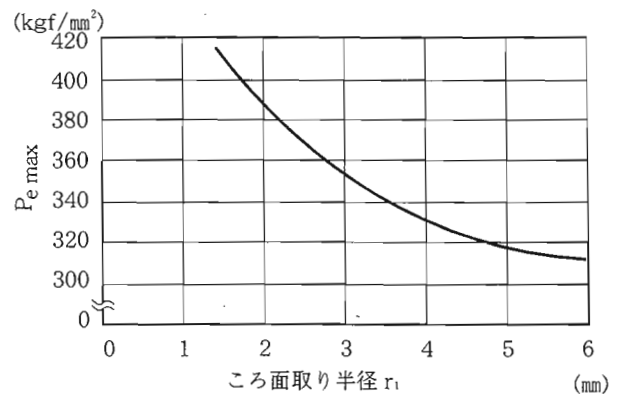


図6 ころ面取り半径と $P_{e \max}$ の関係
 $P_{e \max}$ versus chamfer radius of roller

ング曲率 R_c を例えば $2a = 1.5l_{\text{eff}}$ に設定するとこれに見合う最適な r_1 が存在することが考えられる。

いま、端応力の発生する接触楕円 $2a'$ は

$$2a' = 0.101\mu_{\text{②}} \left(\frac{Q}{\Sigma\rho_{\text{②}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

で表わされ、一方、 $x = l_{\text{eff}}/2$ の位置で淵切りされるころ本体側の接触楕円短径 $2b_e$ は P を使用した $2a_0, 2b_0$ を使用して

$$2b_e = 2b_0 \sqrt{1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2} = 0.101 v_{\text{①}} \left(\frac{P}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2}$$

と表わされ両者は同一値になるのだから

$$\mu_{\text{②}} \left(\frac{Q}{\Sigma\rho_{\text{②}}} \right)^{\frac{1}{3}} = v_{\text{①}} \left(\frac{P}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2}$$

$$\therefore Q = P \left(\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right) \left(\frac{v_{\text{①}}}{\mu_{\text{②}}} \right)^3 \left[1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}$$

が成立しなければならない。

さらに面圧式を

$$P_{\text{① max}} = \frac{1.5P}{\pi a_0 b_0} = \frac{1.5P}{\pi a_0} \times \frac{1}{a_0 \frac{v_{\text{①}}}{\mu_{\text{①}}}} = \frac{1.5P \mu_{\text{①}}}{\pi a_0^2 v_{\text{①}}}$$

同様に

$$P_{\text{② max}} = P_e \text{ max} = \frac{1.5Q \mu_{\text{②}}}{\pi a_0^2 v_{\text{②}}}$$

と書き換えると

$$\frac{P_{\text{② max}}}{P_{\text{① max}}} = \frac{Q a_0^2 \mu_{\text{②}} v_{\text{①}}}{P a_0^2 v_{\text{②}} \mu_{\text{①}}}$$

$$= \frac{Q \left[\frac{0.101}{2} \left(\frac{P}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}} \mu_{\text{①}} \right]^2 \frac{\mu_{\text{②}} v_{\text{①}}}{v_{\text{②}} \mu_{\text{①}}}}{P \left[\frac{0.101}{2} v_{\text{①}} \left(\frac{P}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^2 \left[1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2 \right]}$$

$$= \frac{Q \mu_{\text{①}} \mu_{\text{②}}}{P v_{\text{①}} v_{\text{②}}} \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2 \right]}$$

$$= \frac{\Sigma\rho_{\text{②}} \left(\frac{v_{\text{①}}}{\mu_{\text{②}}} \right)^2 \mu_{\text{①}}}{\Sigma\rho_{\text{①}} \left(\frac{\mu_{\text{②}}}{v_{\text{②}}} \right)} \left[1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{2a_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

となる。さらに $2a_0$ について $2a > l_{\text{eff}}$ となったときの補正を加えるため

$$(2a_0)^2 = (0.101\mu_{\text{①}})^2 \left(\frac{P}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (0.101\mu_{\text{①}})^2 \left(\frac{1}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{2P_0 + P_L}{3} \left(\frac{1}{P_L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore P = \left[\left(\frac{2P_0 + P_L}{3} \right)^3 \frac{1}{P_L} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= (0.101\mu_{\text{①}})^2 \left(\frac{1}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{2P_0 + P_L}{3} \frac{0.101\mu_{\text{①}}}{l_{\text{eff}}} \left(\frac{1}{\Sigma\rho_{\text{①}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore P_L = \left(\frac{l_{\text{eff}}}{0.101\mu_{\text{①}}} \right)^3 \Sigma\rho_{\text{①}}$$

$$= (0.101\mu_{\text{①}})^3 \frac{1}{\Sigma\rho_{\text{①}} l_{\text{eff}}} \frac{2P_0 + P_L}{3}$$

とすることができるので

$$\frac{P_{\text{② max}}}{P_{\text{① max}}} = \frac{\Sigma\rho_{\text{②}} \left(\frac{v_{\text{①}}}{\mu_{\text{②}}} \right)^2 \mu_{\text{①}}}{\Sigma\rho_{\text{①}} \mu_{\text{②}} v_{\text{②}}}$$

$$\cdot \left[1 - \left(\frac{l_{\text{eff}}}{0.101\mu_{\text{①}}} \right)^3 \Sigma\rho_{\text{①}} \frac{3}{2P_0 + P_L} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\Sigma\rho_{\text{②}} \left(\frac{v_{\text{①}}}{\mu_{\text{②}}} \right)^2 \mu_{\text{①}}}{\Sigma\rho_{\text{①}} \left(\frac{\mu_{\text{②}}}{v_{\text{②}}} \right)} \left[\frac{P_0 - P_L}{P_0 + \frac{P_L}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

としてまとめられる。

ここに $P_{\text{② max}} = P_{\text{① max}}$ にするためのころの面取 r_1 は l_{eff} 、 P_0 さえ指定すれば自動的に求めることができることを示した。

〔計算例 2〕

最適面取り r_1 を求めてみる。 $P_0 = 1400\text{kgf}$ 、 $R_c = 890$ 、 $l_{\text{eff}} = 11$ は前例と同じ。

表 1 より $P_L = 611.6\text{kgf}$ でありこれより

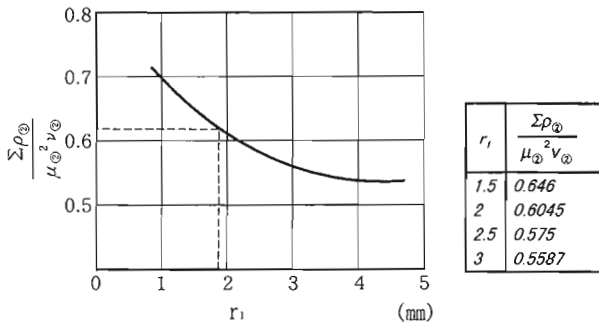


図7 ころ面取り半径と $\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}}$ の関係

$\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}}$ versus chamfer radius of roller

$$\sqrt{\frac{P_o - P_L}{P_o + \frac{P_L}{2}}} = \sqrt{\frac{1460 - 611.6}{1400 + 611.6/2}} = 0.6798$$

$$\frac{P_{\text{② max}}}{P_{\text{① max}}} = 1$$

とすれば、

$$\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}} = \frac{\Sigma\rho_{\text{①}}}{\nu_{\text{①}}^2 \mu_{\text{①}}} \frac{1}{\left[\frac{P_o - P_L}{P_o + \frac{P_L}{2}} \right]^{1/2}}$$

$$= \frac{0.2678}{0.278^2 \times 8.27} \frac{1}{0.6798} = 0.6163$$

となる r_1 を求めればよい。

そこで r_1 について左辺の値は図7のようになり、 $R_c = 890$, $l_{\text{eff}} = 11$ に対する最適 r_1 は 1.9mm と得られる。

3. 最適クラウニング形状

3.1 Moyerの方法からの発展

Moyerの方法から、一つのクラウニングが決まるとそのクラウニング形状の効能がきれてしまう淵の応力をクラウニング部の最大応力と同等にするような淵の形状は唯一つ存在することが判り、この部位の曲率半径 R はクラウニング部よりはるかに小さいことが判る。そして、接触楕円中央部と端部との間の応力は上述の中央部 P_{max} または、端部 $P_{e \text{ max}}$ よりも小さいことより、次の理論展開が考えられる。

すなわち、ころの中央部より徐々に曲率半径 R_c を小さくしていけば、接触楕円は徐々に矩形状に近くなっていくと同時に、応力はころ長さ方向に全て等しくなると考えられ、その R_c を小さくしていく手

法が存在しうることである。

つまり、限られたころ長さに単一 R のクラウニングを施すとその長さ全体に P の荷重が負荷されたときの中央部と端部応力が等しくなる端部曲率が決まる。例えば、ころ長さを Z 分割したとき中央部の Z 分割 1 分割分に、 P/Z の荷重が分散されるとき理想クラウニング曲率半径 R_{C1} およびこれによる中央部の応力と端部の応力が等しくなる P/Z 分割分の 2 分割分目の曲率 R_{C2} を決めることができることになる。しかも $R_{C1} > R_{C2}$ である。次に 2 分割分目と 3 分割分目で、 R_{C2} を使用した中央部の応力と端部の応力が等しくなる R_{C3} を求めていけば、順々に $R_{C1} \rightarrow R_{C2} \rightarrow R_{C3} \dots$ とクラウニング曲率を小さくしていく手順が得られることになる。本理論による算出例を次に示す。

3.2 本理論による算出

本理論では $P_{\text{② max}}/P_{\text{① max}} = 1$ となる条件として、ころの軸方向の曲率変化を求めるに当り次式が得られている。

$$\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}} = \frac{\Sigma\rho_{\text{①}}}{\nu_{\text{①}}^2 \mu_{\text{①}}} \sqrt{\frac{P_o + \frac{P_L}{2}}{P_o - P_L}}$$

左辺はころ端面の曲率半径 r_1 を与えれば一義的に定まることから r_1 (または R_c) と $\Sigma\rho_{\text{②}}/\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}$ 線図 (図8) を活用する。

(1) まずころを長さ方向に 5 分割してみると、そして各分割区間に $1400/5 = 280\text{kgf}$ が負荷されるとし、平均的に荷重が分割される曲率を求める。

図8より、 P_o がどうであれ、 $\Sigma\rho_{\text{②}}/\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}$ は $R_c > 5000$ レベルであれば 0.419 と大差なく飽和する。今、 $l_{\text{eff}} = 11/5 = 2.2$ に $P_o = 280\text{kgf}$ が負荷されたとき、端部の r_1 の最適値を求めてみる。 $R_{C1} = 10000$ として、

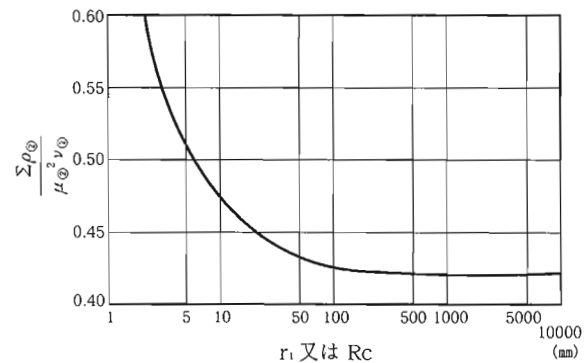


図8 r_1 又は R_c と $\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}}$ の関係

$\frac{\Sigma\rho_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}}^2 \nu_{\text{②}}}$ versus r_1 or R_c

$$P_L \left(\frac{l_{\text{eff}}}{0.101\mu_{\text{①}}} \right)^3 \Sigma p_{\text{①}} = \left(\frac{2.2}{0.101 \times 23.95} \right)^3$$

$$\times 0.26676 = 0.200 \text{kgf} < P_0$$

となり、これに呼応する r_1 は

$$\frac{\Sigma p_{\text{②}}}{\mu_{\text{②}} v_{\text{②}}^2} = \frac{0.26676}{23.95 \times 0.163^2} \times \left(\frac{280 + 0.100}{280 - 0.200} \right)^2 = 0.4192$$

となる r_1 を求めればよい。図 8 より $r_1 = 2000$ である。すなわち、中央の $l_{\text{eff}} = 2.2$ の部分に $P_0 = 280 \text{kgf}$ が負荷され、中央部面圧、端部面圧ともに等しくするには、中央部から隣りの区間の r_1 は 2000 でなければならないことを示している。
(2) そこで次の仮定として、区間③の R_c を決めるに

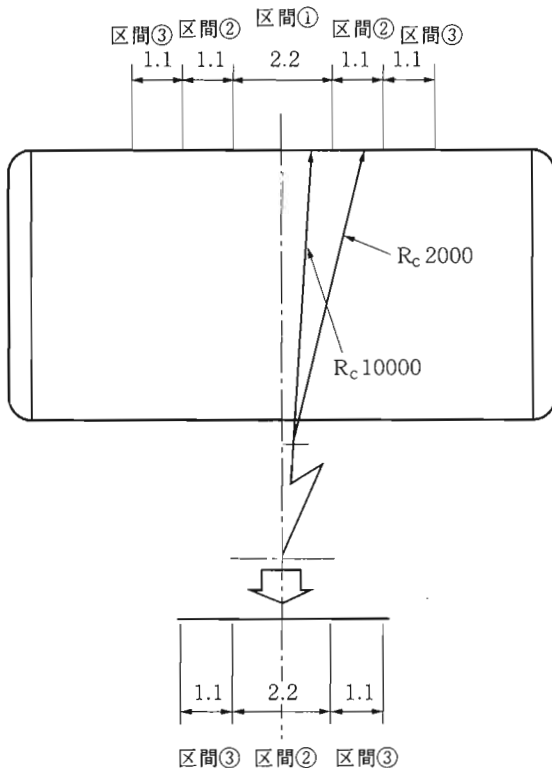


図 9 区間②、③の仮定した位置

Supposition to obtain R_c in each section

当たり、セパレートされた区間②が仮りに中央に集まったとして $P_0 = 280 \text{kgf}$ を負荷し、その上で中央部面圧と端部面圧とが等しくなる区間③の曲率を求めることにする。(図 9 参照)

$R_{c\text{②}} = 2000$ を使用して

$$P_L = \left(\frac{2.2}{0.101 \times 11.36} \right)^3 \times 0.26716 = 1.883 \text{kgf} < P_0$$

となり、これに呼応する r_1 は

$$\frac{\Sigma p_{\text{③}}}{\mu_{\text{③}} v_{\text{③}}^2} = \frac{0.26716}{11.36 \times (0.237)^2} \times \left(\frac{280 + 0.94}{280 - 1.88} \right)^2 = 0.4187 \times 1.00505 = 0.4208$$

になる r_1 を求めればよく、この値は $R_{c\text{③}} = 1000$ である。

このようにして順次 $R_{c\text{①}}, R_{c\text{②}}, R_{c\text{③}} \dots$ が決まっていき、表 4 が求まる。

上述したように Moyer の理論を発展させ、ころ長さ全体にわたって単一 R のクラウニングでは $R_c = 890$, $r_1 = 1.9$ が中央部、端部において面圧が等しくなるが、本論のようにどの部位も等しく面圧を設定する方法が得られ、表 4 のようにころ長さ方向に R_c を順々に小さくしていけばよいことが判る。また、この R_c の減少の仕方はあたかも、ころ長さ方向の対数倍に効くように減少していることが判る。

3.3 クラウニングドロップを含む接触

ころ長さ方向に等分割し各分割部分に等しく荷重を受けるとして、いわゆる対数クラウニングを前項で求めたが、さらにクラウニングによるころ沈み込み量を考えた接触を導く。

各区間の荷重分担を求めるため、Harris⁸⁾ の n 分割された w 幅の円板の集合体としてころを考えたときの解析方法で弾性変位を求める。

いま、ころ有効長さ l_{eff} を n 分割したとし、その区分幅を w とすれば、 $l_{\text{eff}} = nw$ である。

一方、ころの一般物性として、弾性変位 (ϑ) は次式で与えられる。

表 4 各区間の R_c
 R_c in each section

区間	R_c	$\Sigma p_{\text{①}}$	$Dp_{\text{①}}$	$\cos \tau_{\text{①}}$	$\mu_{\text{①}}$	$\nu_{\text{①}}$	$\frac{\Sigma p_{\text{①}}}{v_{\text{①}}^2 \mu_{\text{①}}} \dots \text{④}$	P_L	$\left(\frac{P_0 + P_L/2}{P_0 - P_L} \right)^2 \dots \text{⑤}$	$\text{④} \times \text{⑤} \dots \text{⑥}$
①	10000	0.266766	0.266566	0.9993	23.95	0.163	0.4192	0.200	1.0001	0.4192
②	2000	0.267166	0.266166	0.9963	11.36	0.237	0.4187	1.883	1.00505	0.4208
③	1000	0.26766	0.265666	0.9925	8.68	0.271	0.4199	4.229	1.00758	0.4230
④	200	0.271666	0.2616666	0.9632	4.66	0.371	0.4235	27.744	1.07934	0.457
⑤	15	0.33333	0.19999	0.5999	1.66	0.664	0.4554	753.1	—	—

注 1 区間①の μ とその隣りの区間②の ν とは同一値になるべきものだから $\text{④} \times \text{⑤}$ の値がその次の段の ④ の値になっていれば選ばれた R_c が妥当だったことになる。

$$\partial = A \frac{Q^{0.9}}{\ell_{\text{eff}}^{0.8}} = A \frac{Q^{0.9}}{(nw)^{0.8}}$$

ここに A=0.0003 (鋼の場合)
単位長さ当りの荷重を q (線荷重) とすれば

$$q = \frac{Q}{\ell_{\text{eff}}} = \frac{Q}{nw}$$

より

$$\partial = A \cdot q^{0.9} (nw)^{0.1}$$

となる。

つまり、分割された円板の弾性変位が ∂ となったときの線荷重 q を求めることができる。そこで、ころ全体が傾きなしに ∂_0 だけ沈んだとすると区間 i のクラウニング量を C_i とすれば実弾性変位は $\partial_0 - C_i$ で表わされるので、区間 i の線荷重 q_i は

$$q_i = \frac{(\partial_0 - C_i)^{1.11}}{A^{1.11} (nw)^{0.11}} = \frac{(\partial_0 - C_i)^{1.11}}{A^{1.11} \ell_{\text{eff}}^{0.11}}$$

と表わされる。

そこで ∂_0 を適当に仮定すると全ての q_i は求まるので、 $w \sum q_i$ で各円板に作用している全ての荷重が求まり、これが外力 P_0 と等しくなるまで逐次計算をすれば、 q_i を完全に決まり、各区間の分担荷重は wq_i として求めることができる。

計算確認を計算例 3 に示す。

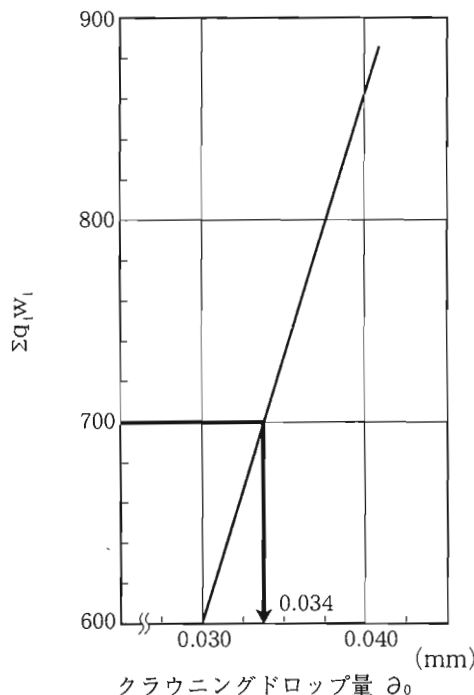


図 10 クラウニングドロップ量と $\sum q_i w_i$ の関係
 $\sum q_i w_i$ versus crowns drop

[計算例 3]

表 4 で示した各区間の分担荷重を求めて、接触痕形状を算出する。

$\ell_{\text{eff}} = 11$, $A = 0.0003$ とし、

$$q = \frac{\partial_0 - C_i}{0.0003^{1.11} \cdot 11^{0.11}} = 6249.5(\partial_0 - C_i)^{1.11}$$

クラウニング部のドロップ量は ∂_0 を仮定し ∂_0 と $\sum q_i w_i$ 線図 (図 10) により最適値を求め接触面圧を求める。区間⑤はさらに 2 分割する。計算結果が表 5 であり、図 9 から $\partial_0 = 0.034$ で $P_0 = 1400/2 = 700 \text{kgf}$ と釣り合うので表 5 にはこの値での計算値も示してある。

$P_0 = 2q_i w_i$ として各区間の分担荷重が求まり、これより接触面圧を算出すれば表 6 となる。

3.4 本論と従来の修正線接触理論との比較

3.3 で求めた本論の面圧分布と従来の修正線接触理論で求めたものを比較する。

従来法では、 $P_L = 611.6$, $P = 1552$ となり $P_{\text{max}} = 393.3 \text{kgf/mm}^2$, $2a_0 = 15.0$, $2b_0 = 0.504$ となるが、2.3 項の計算例 2 より $r_1 = 1.9$ が得られているのでこれを使用する。

$$r_1 = 1.9 \text{ より } \Sigma \rho_{\text{②}} = \frac{1}{1.9} + 0.26666 = 0.792975$$

$$D\rho_{\text{②}} = \frac{1}{1.9} - 0.26666 = 0.259649, \text{ cost} = 0.3274$$

$\therefore \mu = 1.32$, $2a_{\text{②}} = 0.101 \times 1.32 \times (Q/0.792975)^{1/3} = 0.14404Q^{1/3}$ 。また $\nu = 0.7835$ より、 $2b_{\text{②}} = 0.0855Q^{1/3}$ となる。

中央部は $2a_0 = 15.00$, $2b_0 = 0.504$ は判かっているので、ころ有効長さの淵では

表 5 クラウニングドロップと各区間の分担荷重

Crown drop and partial load											
区間	C_i	$\partial_0=20$		$\partial_0=30$		$\partial_0=40$		$\partial_0=34$			
		∂_i	q_i	∂_i	q_i	∂_i	q_i	∂_i	q_i		$q_i w_i$
①	0.03	19.97	87.2	29.97	136.4	39.97	188.4	33.97	157.3	173.0	} $w=1.1$
②	0.24	19.76	86.2	29.76	135.8	39.76	186.6	33.76	156.2	171.8	
③	0.91	19.09	82.7	29.09	131.9	39.09	183.2	33.09	152.7	168.0	
④	3.39	16.61	71.1	26.61	119.9	36.61	170.3	30.61	140.1	154.1	
⑤-1	17.2	2.8	9.83	12.8	53.2	22.8	101.0	16.8	71.96	39.6	} $w=0.55$
⑤-2	41.4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
$\Sigma q_i w_i$ の チェック		327.3×1.1 $+ 9.83 \times 0.55 = 365.3$	$524 \times 1.1 +$ $53.2 \times 0.55 = 605.6$	$728.5 \times 1.1 +$ $101 \times 0.55 = 857.7$	$606.3 \times 1.1 +$ $39.6 \times 0.55 = 688.7$						

表 6 各区間の接触面圧

Contact stress in each section							
区間	P_L	P_0	P	P_{max}	$2a_0$	$2b_0$	
①	0.200	346	7837	396.4	74.64	0.508	} $\ell_{\text{eff}} = 2.2$
②	1.883	343.6	2536.9	395.0	24.29	0.507	
③	4.229	336.0	1645.7	391.9	16.06	0.501	
④	27.74	308.1	597	384.1	6.12	0.487	
⑤-1	94.2	79.2	79.2	352.1	1.04	0.415	} $\ell_{\text{eff}} = 1.1$
⑤-2	94.2	0	0	0	0	0	

$2b_e = 0.504\sqrt{1 - (11/15)^2} = 0.3426$ になる $2a_{\odot}$ を求めることにより, $2a_{\odot} = 0.14404Q^{1/3} = 0.3426$, $\therefore Q = 13.46\text{kgf}$, $\therefore 2a_0 = 0.14404 \times (13.46)^{1/3} = 0.3426$, $2b_0 = 0.203$, $P_{e\text{max}} = 369.6\text{kgf/mm}^2$ となる。

これにより Moyer の方法で得た修正線接触による面圧分布, 接触楕円を, 本論のそれとの解の比較は図 11 となる。

本論の分割数を少なくしたため面圧分布は, 高くなっているが端応力は発生してなく接触形状も矩形に近く狙いの形状になっていることが判る。

3.5 外力荷重に対する鈍感性の検証

外力荷重としてこれまで軸受鋼の許容面圧の上限に近い値を示す外力荷重として $P_0 = 1400\text{kgf}$ で検討してきたが, ここでは $P_0 = 300\text{kgf}$ および $P_0 = 2650\text{kgf}$ (この荷重は許容面圧を超えた過大荷重の場合であるが, この荷重で塑性変形しないとし, 過大荷重でも端応力が発生しないことを示す。) の大小による接触状況を確認する。計算方法はこれまで述べた通りであるので, 計算結果を図 12 で示す。尚 $P_0 = 300\text{kgf}$ の θ_0 は 0.011 , $P_0 = 2650\text{kgf}$ では $\theta_0 = 0.060$ としてある。

修正線接触の場合 $R_c = 890$ としているため, 荷重の小さい場合, ころ長さを有効に生かしきれず中央

部の面圧が大きくなり, 逆に荷重が大きくなると端応力が発生する。つまり単一 R では 2.1 項で述べた通り一荷重一クラウニングというべきものである。

これに対し, 本論のクラウニングでは荷重が小さくてもころ長さを有効に生かし, 荷重が大きくても端応力が発生しないことが判る。つまり外力荷重に鈍感であり, 荷重が変化しても形状をかえる必要のない最適クラウニングと言える。

3.6 最適クラウニングの曲率半径 R の計算式

以上述べた本論のクラウニング曲率半径 R の計算式を求める。

図 13 に示すクラウニング曲率半径 R_c ところの長さ方向距離の関係から, x と R_c は直線近似できるものとし,

$$x = -a(\log R_c - \log R_{c0}) \quad \therefore R_c = R_{c0} \cdot 10^{-\frac{x}{a}}$$

ここに, R_{c0} : $x = 0$ での曲率半径

$$a = \frac{\frac{\ell_{\text{eff}}}{2}}{\log R_{c0} - \log R_{ce}} \quad (\text{直線の傾き})$$

$$R_{ce}: x = \frac{\ell_{\text{eff}}}{2} \quad \text{での曲率半径 } R_c$$

と表せば, 本図の場合, $R_{c0} = 50000$, $R_{ce} = 10$ を代入し, $a = 1.486$ となり,

$$R_c = 50000 \times 10^{-0.6725x}$$

となる。

この式に基づくころ長さ方向 x をころ分割で片側 0.275 づつにしたときの R_c およびクラウニングドロップを表 7 に示す。併せて図 14 にクラウニングドロップ, P_{max} , $2b_0$ を x (ころ長さ) との関係で示す。

これにより, 上式で狙いの面圧分布になっていることが確認できた。

以上で, 最適クラウニング形状になっていることを理論的に示した。

4. まとめ

円筒ころ軸受のころ端部の集中応力を回避する Moyer の方法を発展させ, ころの最適クラウニング形状を理論的に求め, これを計算例で具体的に示し, 荷重の大小にかかわらず, 最適クラウニング形状になっていることを確認した。また, その形状は指数関数で近似表示できることを述べた。

本論を適用した円筒ころ軸受の運転特性や長寿命であることは次号で示す。

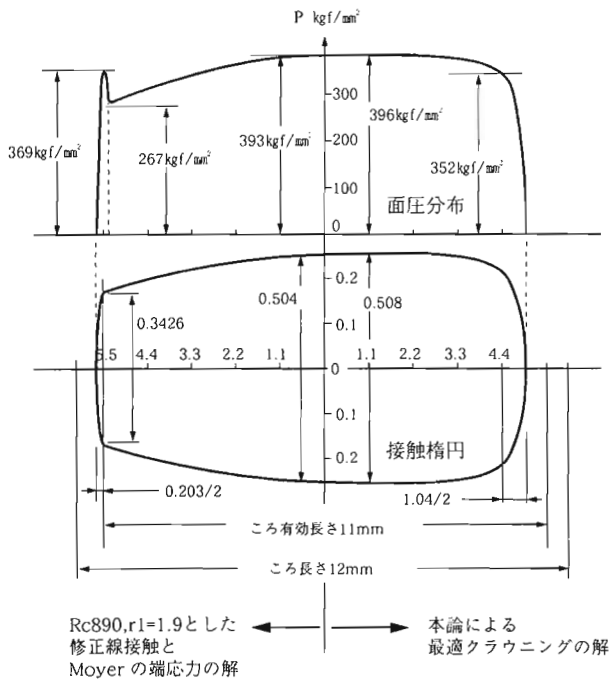


図 11 Hertz の修正線接触および本論で求めた最適クラウニングでの接触楕円と面圧分布の比較
Comparison of contact area and stress distribution between the Moyer-method and this theory

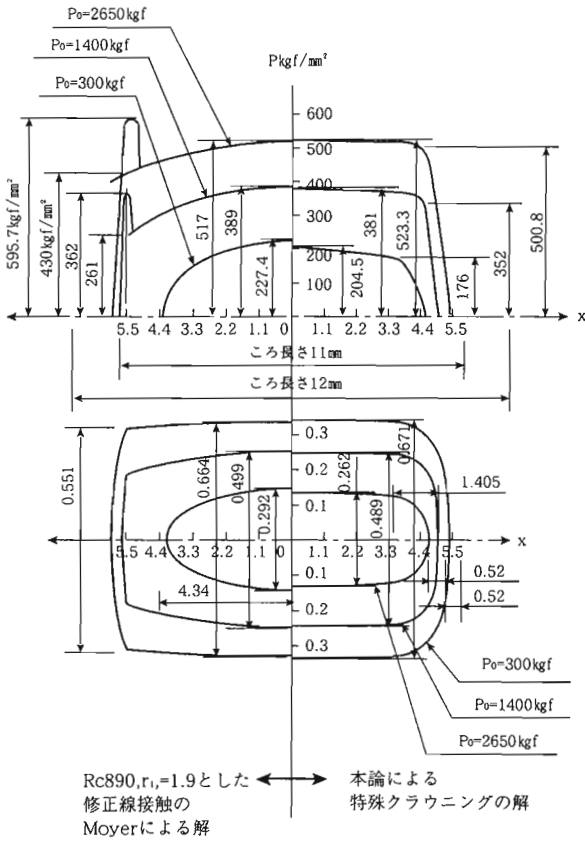


図 12 $P_0=1400\text{kgf}$ で形状設定したときの Hertz の修正線接触と本論のクラウニング形状に各々 $P_0=300, 1400, 2650\text{kgf}$ の異なる荷重を負荷したときの接触痕と面圧分布の比較

Comparison of contact mark and stress distribution between the Moyer-method and this theory with $P_0=300, 1400, 2650\text{kgf}$

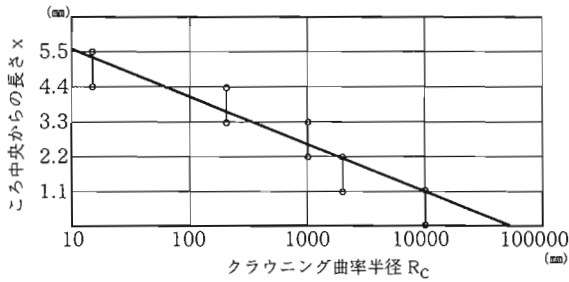


図 13 クラウニング曲率半径とところ中央からの距離 R_c versus distance from the roller center

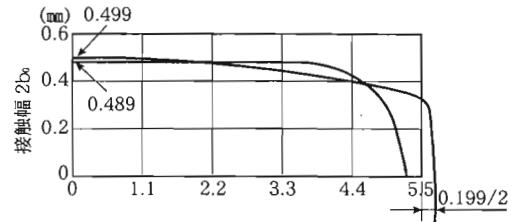
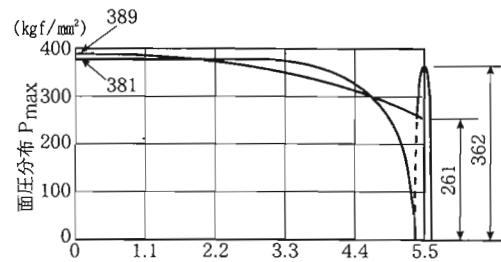
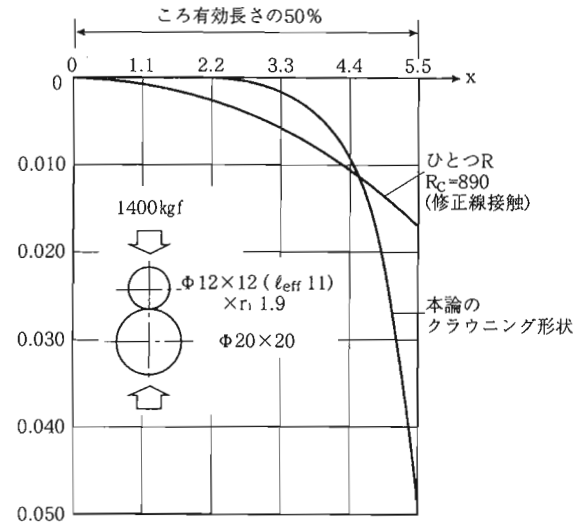


図 14 可変曲率クラウニングを $R_c=50000 \times 10^{-0.6725x}$ としたときの $R_c=890$ ひとつ R クラウニングとの $P_0=1400\text{kgf}$ 下での接触状態の比較

Comparison of contact conditions between the optimum crown and single R crown

表7 R_cとクラウニングドロップおよびPmax, 2b₀値

R_c, crown drop, Pmax and 2b₀

区間	x	R _c	ξ _i	∂ _c (1)	C _i (1)	∂ _i (2)	g _i (3)	Σp	D _p	COST	μ	ν	P _L (4)	P ₀ (5)	P	Pmax	2b ₀	2a ₀	
①-1	0	50 000	0	0	0	0.034	146.0	0.266686	0.266646	0.99985	37.38	0.1305	0.000824	80.3	13645	381.5	0.489	—	
	-2	0.275	32 660	0.179	0	0.034	146.0	0.266697	0.266636	0.99977	30.66	0.1467	0.00149	80.3	10147	374.9			
	-3	0.55	21 330	0.297	0	0.034	146.0	0.2667135	0.266619	0.99964	27.30	0.1548	0.002117	80.3	8513	376.4			
	-4	0.825	13 940	0.374	0	0.034	146.0	0.266738	0.266595	0.99946	23.95	0.163	0.003135	80.3	6995	381.6			
②-1	1.1	9 100	0.424	0.017	0	0.034	146.0	0.266776	0.266556	0.99917	20.70	0.176	0.00486	80.3	5619	380.1	0.491	—	
	-2	1.375	5 950	0.456	0.027	0	0.034	146.0	0.266835	0.266498	0.99873	17.15	0.193	0.00854	80.3	4239	381.0		
	-3	1.65	3 880	0.477	0.044	0	0.034	146.0	0.266924	0.266409	0.99807	14.25	0.212	0.01489	80.3	3210	381.6		
	-4	1.925	2 540	0.492	0.068	0.16	0.0338	145.0	0.267060	0.266273	0.99705	12.26	0.228	0.02340	79.8	2537	380.4		
③-1	2.2	1 650	0.498	0.106	0.26	0.0337	144.6	0.26727	0.266060	0.99547	10.53	0.246	0.03697	79.5	2007	379.8	0.486	—	
	-2	2.475	1 080	0.506	0.163	0.43	0.0335	143.6	0.26759	0.26574	0.99308	8.92	0.268	0.06088	79.0	1550	377.9		
	-3	2.75	710	0.514	0.252	0.68	0.0333	142.6	0.26803	0.26526	0.9895	7.62	0.289	0.0978	78.4	1209	378.1		
	-4	3.025	462	0.513	0.387	1.07	0.0329	140.7	0.26883	0.26450	0.9839	6.47	0.314	0.1603	77.4	927	375.8		
④-1	3.3	286	0.488	0.604	1.67	0.0323	138.4	0.27016	0.26317	0.9741	5.35	0.346	0.2849	76.1	679	373.0		—	
	-2	3.575	197	0.525	0.930	2.60	0.0314	133.6	0.27174	0.26159	0.9626	5.24	0.350	0.3050	73.5	623	367.3	0.466	
	-3	3.85	129	0.524	1.416	4.02	0.030	127.0	0.27442	0.25891	0.9550	4.30	0.388	0.5573	69.9	429	358.9		
	-4	4.125	84	0.520	2.160	6.18	0.0278	116.7	0.27857	0.25476	0.9145	3.31	0.444	1.2404	63.8	253	345.1		
⑤-1	4.4	55	0.521	3.292	9.47	0.0245	101.4	0.28485	0.24848	0.8723	2.79	0.487	2.1180	55.8	160	325.2	0.406		
	-2	4.675	36	0.521	5.030	14.50	0.0195	78.7	0.29444	0.238888	0.8113	2.35	0.537	3.6637	43.3	86.2	291.3	0.360	
	-3	4.95	24	0.530	7.647	22.15	0.0118	45.0	0.30833	0.2250	0.7297	1.99	0.592	6.3180	24.8	32.0	231.2	0.281	
	-4	5.225	15	0.503	11.764	33.9	0.0001	0.2	0.33333	0.20	0.60	1.66	0.664	11.767	0.11	0.11	39.3	0.046	0.116

(参考) 本表で∂₀=0.034としたとき外力は1364kgfとなったので、このときの比較としてHertzの修正線接触R_c=890, r_i=119ではP_L=611.6, P₀=1364,

∴P=1502, Σp=0.2678, μ=8.27, ν=0.278として, Pmax=389, 2a₀=14.84, 2b₀=0.499, 2b_a=0.335

端部はΣp=0.79298, μ=1.32, ν=0.7835, 2a=0.14404Q^{1/3}=0.335としてQ=12.58 ∴P_emax=362 2b=0.199となる。

注(1) ∂_{c(i)}, C_iは単位0.001mmでありC_i>0.1 μmのみ記載した。

(2) ∂_iは∂₀=0.034mmとしたときの実弾性変位であり(∂₀・C_i)である。

(3) q_i=6249.5∂_i^{1/3}であり、線荷重である。

2Σwiq_i=2×0.275×2479.5=1364kgfだから外力は1364kgfである。

(4) P_L=(ℓ_{eff}/0.101 μ)³Σp=161.48Σp μ³である。(ここでのℓ_{eff}は0.55である)

(5) P₀=ℓ_{eff}×q_i=2wiq_i=0.55qiである。

文献

- 1) 広田忠雄; 不二越技報, 17(4), p.57(1961)
- 2) 笹田直; 月刊トライボロジー, (11), p.35(1992)
- 3) C.A.MOYER, H.R.NEIFERT; ASLE TRANSACTIONS, 6, p.324~336(1963)
- 4) 千葉大工学部機械工学科機械要素講座; ころがり軸受・ころ軸受の動的負荷容量—LUNDBERG-PALMGREN理論の詳解— p.29(1988)
- 5) 伊藤重男, 杉浦郁生; ベアリングエンジニア, 48, p.18(1982)
- 6) E.Ioannides, G.Pareti; Fatigue Eng Mater Struct, 1, p.211(1986)
- 7) 清水健一; 転がり疲れシンポジウム予稿集, p.145(1993)
- 8) T.A.HARRIS; Transactions of the ASME, p.294~300(1969)



清水健一

1975年入社、軸受技術部にて、転がり軸受の潤滑、疲労寿命の研究に従事。日本学術振興会転がり軸受寿命第126委員会や、トライボロジー学会、グリース研究会、転がり疲れ研究会委員



渡辺孝一

1975年入社、軸受技術部にて、転がり軸受の応用解析に基づく結果を製品技術に反映させる業務に従事し高速回転玉軸受、ころ軸受の低トルク化等に活用した。現在、不二越東京支店、軸受販売部に所属。